

# 中国海洋大学 2021 年硕士研究生招生考试试题

科目代码: 638

科目名称: 量子力学

1. (15 分) 处于定态波函数下的粒子的概率密度、不含时力学量的平均值以及各种可能取值有什么特征? 下列波函数所描写的状态是否为定态? 并说明理由。

(1)  $\psi_1(x, t) = \varphi(x)e^{iEt/\hbar} + \varphi(x)e^{-iEt/\hbar}$

(2)  $\psi_2(x, t) = u(x)e^{i(x-\frac{Et}{\hbar})} + v(x)e^{-i(x+\frac{Et}{\hbar})}$

2. (15分) 沿  $z$  轴转动的刚性转子的哈密顿量为  $\hat{H} = \hat{L}_z^2 / (2I)$  其中  $I$  为转动惯量。在球坐标系求解此系统的能级、波函数以及能级简并度。

3. (15分) 某一算符  $\hat{T}(a)$  作用在波函数  $\psi(x)$  上, 作用形式为:  $\hat{T}(a)\psi(x) = \psi(x+a)$  计算对易关系  $[\hat{T}(a), \hat{x}]$  和  $[\hat{T}(a), \hat{p}_x]$  其中  $a$  为参数,  $\hat{p}_x$  为动量算符。

4. (15 分) 设体系包含三个粒子, 每个粒子可能处于三个单粒子态  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$  以  $q_i$  表示第  $i$  个粒子的坐标。分以下两种情况写出体系可能状态的数目以及相应的波函数。

(1) 三个粒子为全同的玻色子

(2) 三个粒子为全同的费米子

5. (20 分) 厄米算符  $\hat{A}$  与  $\hat{B}$  满足  $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = I$  且  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ , 求

(1) 在  $\hat{A}$  表象中, 算符  $\hat{A}$  与  $\hat{B}$  的矩阵表示

(2) 在  $\hat{A}$  表象中, 算符  $\hat{B}$  的本征值与本征态矢量

(3) 由  $\hat{A}$  表象到  $\hat{B}$  表象的幺正变换矩阵  $U$ , 并把  $\hat{B}$  的矩阵对角化

6. (20分) 处于中心力场中的某粒子波函数可以写作  $\psi(\vec{x}) = (2x+z)f(r)$

(1)  $\psi(\vec{x})$  是否为  $\hat{L}^2$  的本征函数? 若是, 求出本征值; 若否, 请给出测量  $\hat{L}^2$  时得到的可能值。

(2) 写出磁量子数  $m_l$  的可能取值, 并分别计算出取得这些值的几率

特别提醒: 答案必须写在答题纸上, 若写在试卷或草稿纸上无效。

7. (25分) 某一量子系统的哈密顿量为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 + \delta & a & a \\ a & E_0 + \delta & a \\ a & a & E_0 + \delta \end{pmatrix},$$

$\delta$  是小量可以视作微扰。计算基态能量的一阶和二阶修正。

8. (25分) 两个内禀磁矩大小相等的  $1/2$  自旋粒子处于外磁场中, 系统哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{2a}{\hbar} (\hat{S}_{1z} + \hat{S}_{2z}) + \frac{4b}{\hbar^2} (\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2 - 3\hat{S}_{1z}\hat{S}_{2z}),$$
 其中  $a, b$  为实常数,

$$\hat{\mathbf{S}}_1 = (\hat{S}_{1x}, \hat{S}_{1y}, \hat{S}_{1z}), \quad \hat{\mathbf{S}}_2 = (\hat{S}_{2x}, \hat{S}_{2y}, \hat{S}_{2z}),$$
  $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$  为自旋沿  $x, y, z$  方向的分量。

求:

(1) 该系统的本征态与相应的本征能量。

(2) 已知  $t = 0$  时刻, 两粒子自旋同向且均沿  $x$  轴正方向, 求此后任意  $t (t > 0)$  时刻体系的自旋状态

(3)  $t (t > 0)$  时刻对第一个粒子自旋测  $\hat{S}_{1z}$ , 其结果为  $+\frac{\hbar}{2}$ , 请给出测量后瞬时体系的总自旋态。

---

特别提醒: 答案必须写在答题纸上, 若写在试卷或草稿纸上无效。